

Teorem: $\phi \neq X$, $\phi \neq \mathcal{B} \subseteq \mathcal{P}(X)$ den

Eğer

a) $\bigcup_{B \in \mathcal{B}} B = X$

b) $B_1, B_2 \in \mathcal{B}$ ve $x \in \underline{B_1 \cap B_2}$ in
 $x \in B_x \subseteq B_1 \cap B_2$ o.s. ki $B_x \in \mathcal{B}$ var

koşulları sağlanıyorsa
ailesini bazı darak
topoloji vardır.

X üzerinde, $\mathcal{B}$
kabul eden bir topoloji

İspat: $G \subseteq X$ aalık $\Leftrightarrow G = \phi$ veya
 $x \in G$ in $x \in B_x \subseteq G$ o.s. ki $B_x \in \mathcal{B}$
var.

$\tau(\mathcal{B}) = \{G \subseteq X: G \text{ aalık}\}$ olarak
tanımlayalım.

ideli: $\tau(\mathcal{B})$, X üzerinde topolojidir.

i) ϕ aalık (tanım gereği) Dolayısıyla $\phi \in \tau(\mathcal{B})$

X aalık (a) özelliğinden

$\bigcup_{B \in \mathcal{B}} B = X$

o halde $x \in X = \bigcup_{B \in \mathcal{B}} B$ in $x \in B_x$ o.s.

b) $B_x \in \mathcal{B}$ v.w. $x \in B_x \subseteq X \Rightarrow X$ auch
 $\Rightarrow x \in \tau(\mathcal{B})$

ii) $G, H \in \tau(\mathcal{B})$ o.b.w.

$G \cap H = \emptyset$ in $G \cap H = \emptyset \in \tau(\mathcal{B})$

$G \cap H \neq \emptyset$ in $x \in G \cap H$ in

$x \in G$ $G \in \tau(\mathcal{B})$ $x \in B_{1,x} \subseteq G$ o.s. $B_{1,x} \in \mathcal{B}$ v.w.

$x \in H$ $H \in \tau(\mathcal{B})$ $x \in B_{2,x} \subseteq H$ o.s. $B_{2,x} \in \mathcal{B}$ v.w.

$x \in B_{1,x} \cap B_{2,x} \subseteq G \cap H$

b) stetig in den $x \in B_{3,x} \subseteq B_{1,x} \cap B_{2,x}$ o.s.

h.v. $B_{3,x} \in \mathcal{B}$ v.w.

$x \in B_{3,x} \subseteq G \cap H \Rightarrow G \cap H \in \tau(\mathcal{B})$

iii) $\{G_i\}_{i \in I} \subseteq \tau(\mathcal{B})$ o.b.w.

$G = \bigcup_{i \in I} G_i \Rightarrow x \in G = \bigcup_{i \in I} G_i$ in

$x \in G_{i_0}$ o.s. $i_0 \in I$ v.w. $G_{i_0} \in \tau(\mathcal{B})$

o.d.h.v. $x \in B_x \subseteq G_{i_0}$ o.s. h.v. $B_x \in \mathcal{B}$ v.w.

$x \in B_x \subseteq G_{i_0} \subseteq G = \bigcup_{i \in I} G_i \Rightarrow G \in \tau(\mathcal{B})$

$\Rightarrow \tau(\mathcal{B})$, v.w. in der b.v. topologisiert.

$\mathcal{B}$, $\tau(\mathcal{B})$ nin bir bazıdır.

$G \in \tau(\mathcal{B})$ olsun

$x \in G$ in $x \in B_x \in G$ a, $B_x \in \mathcal{B}$ ve

$\bigcup_{x \in G} B_x = G$ olup $\mathcal{B}$, $\tau(\mathcal{B})$ nin bir bazıdır.

(Not: $\mathcal{B}$, X üzerinde τ_1 ve τ_2 topolojilerinin her ikisinde de bazı ise $\tau_1 = \tau_2$ dir (basta nesi çok kolay)

Ör) $X = \mathbb{R}$

$$\mathcal{B} = \{ [a, b) : a, b \in \mathbb{R} \text{ ve } a < b \}$$

dsun $\mathcal{B}$ ailesi $X = \mathbb{R}$ üzerinde bir topoloji'nin bazıdır.

Ör) a) her $n \in \mathbb{N}$ için $B_n = [-n, n) \in \mathcal{B}$

$$\bigcup_{n \in \mathbb{N}} B_n = \bigcup [-n, n) = \mathbb{R}$$

$$\{B_n\}_{n \in \mathbb{N}} \subseteq \mathcal{B} \quad \text{Dolayısıyla}$$

$$\mathbb{R} = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} B_n \subseteq \bigcup_{B \in \mathcal{B}} B \subseteq \mathbb{R} \Rightarrow \bigcup_{B \in \mathcal{B}} B = \mathbb{R}$$

$$b) B_1 = [a_1, b_1) \quad B_2 = [a_2, b_2) \quad \text{ve}$$

$$x \in B_1 \cap B_2 \quad \text{olun}$$

$$x \in B_1 \cap B_2 \Rightarrow B_1 \cap B_2 \neq \emptyset$$

$$B_1 \cap B_2 = [a_1, b_1) \cap [a_2, b_2) = \begin{cases} \emptyset & \text{eğer} \\ [a_3, b_3) & \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{l} a_3 = \max\{a_1, a_2\} \\ b_3 = \min\{b_1, b_2\} \end{array} \right) \quad \dots$$

$$x \in B_1 \cap B_2 = \underbrace{[a_3, b_3)}_{B_x} \in \mathcal{B}$$

$$x \in B_x = [a_3, b_3) \subseteq B_1 \cap B_2.$$

$\mathcal{B}$ ailesi $X = \mathbb{R}$ üzerindeki bir topolojiyi tanımlar.

Kapalı Kümeler

Tanım: (X, τ) bir topolojik uzay olsun

$F \subseteq X$ olmak üzere Eğer $F^c = X \setminus F \in \tau$

i se $F \subseteq (X, \tau)$ topolojik uzayda bir kapalı küme (veya X in bir kapalı alt kümesi dir)

Örneğin $X = \mathbb{R}$ $\tau = \tau_{std} = \mathbb{R}$ içindeki alışıldık metriğin belirlediği topoloji

$F = [0, 1]$ $(\mathbb{R}, \tau_{std})$ topolojik uzayda kapalı bir kümedir

Cevap: $F^c = \mathbb{R} \setminus F = (-\infty, 0) \cup (1, +\infty) \in \tau_{std}$

Ayrıca

$X = \mathbb{R}$ $\tau = \tau_{ts} = \{U \subseteq \mathbb{R} : |U| \text{ sonlu}\}$
($\mathbb{R}$ içinde sonlu kümeler) topolojisi

$F = [0, 1]$ $(\mathbb{R}, \tau_{ts})$ topolojik uzayda kapalı değildir.

Cevap: $\mathbb{R} \setminus F = (-\infty, 0) \cup (1, +\infty) \notin \tau_{ts}$

Kapalı Kümelerin Özellikleri

(X, τ) bir topolojik uzay

1) $\emptyset, X$ kapalı kümeledir $\left(\begin{array}{l} \emptyset^c = X \in \tau \\ X^c = \emptyset \in \tau \end{array} \right)$

2) F_1, F_2 kapalı kümeler in
 $F_1 \cup F_2$ kapalı kümedir

$$\left(\text{Çünkü } (F_1 \cup F_2)^c = \underbrace{F_1^c}_{\in \mathcal{T}} \cap \underbrace{F_2^c}_{\in \mathcal{T}} \in \mathcal{T} \right)$$

ancak iki kapalı kümenin kesişimi kapalı olmayabilir.

3) $\{F_i\}_{i \in I}$ kapalı kümelerin bir ailesi in

$\bigcap_{i \in I} F_i$ kapalı kümedir

$$\left(\text{Çünkü } \left(\bigcap_{i \in I} F_i \right)^c = \bigcup_{i \in I} \underbrace{F_i^c}_{\in \mathcal{T}} \in \mathcal{T} \right)$$

De-Morgan

(Not: Kapalı kümelerin herhangi sayıda birleşimi kapalı olmayabilir)

Kapanus

(X, τ) bir topoloji uzay ve $\emptyset \neq A \subseteq X$ olsun

$$\mathcal{F}_A = \{F: F \text{ kapalı ve } A \subseteq F\}$$

$$\bigcap_{F \in \mathcal{F}_A} F = \bigcap_{F \in \mathcal{F}_A} F \quad \text{kimesse}$$

A kimesinin kapanıs kimesi olur ve $C(A)$ (veya $\bar{A}$) ile gösterilir.

özellikler

1) $C(A) = \bigcap_{F \in \mathcal{F}_A} F$ kapalı bir kimese
(en küçük kapalı kimese)

2) $A \subseteq C(A)$ (her $F \in \mathcal{F}_A$ için $A \subseteq F \Rightarrow A \subseteq \bigcap_{F \in \mathcal{F}_A} F = C(A)$)

3) $C(A)$: A'yı kapsayan en küçük kapalı kimese

6, A'yı kapsayan bir kapalı kimese

$$G \in \tilde{F}_A \text{ olur}$$

$$cl A = \bigcap_{F \in \tilde{F}_A} F \subseteq G \text{ olur.}$$

$$4) \quad A \subseteq B \text{ in} \quad cl A \subseteq cl B$$

$$\tilde{F}_B = \{F: F \text{ kapalı ve } B \subseteq F\}$$

$$\tilde{F}_A = \{F: F \text{ kapalı ve } A \subseteq F\}$$

$$\tilde{F}_B \subseteq \tilde{F}_A$$

$$\left(\begin{array}{l} F \in \tilde{F}_B \\ \text{anlaşıl} \end{array} \right. \text{ in } F \text{ kapalı ve } B \subseteq F \left. \begin{array}{l} A \subseteq B \\ \text{dolayısıyla} \end{array} \right) \\ A \subseteq B \subseteq F \Rightarrow F \in \tilde{F}_A$$

$$cl B = \bigcap \tilde{F}_B \supseteq \bigcap \tilde{F}_A = cl A$$

$$5) \quad \mathcal{C}\mathcal{L}(A \cup B) = \mathcal{C}\mathcal{L}A \cup \mathcal{C}\mathcal{L}B$$

$$A \subseteq A \cup B \xrightarrow{41 \text{ den}} \mathcal{C}\mathcal{L}A \subseteq \mathcal{C}\mathcal{L}(A \cup B)$$

$$B \subseteq A \cup B \xrightarrow{41 \text{ den}} \mathcal{C}\mathcal{L}B \subseteq \mathcal{C}\mathcal{L}(A \cup B)$$

$$\Rightarrow \mathcal{C}\mathcal{L}A \cup \mathcal{C}\mathcal{L}B \subseteq \mathcal{C}\mathcal{L}(A \cup B) \quad \text{--- (1)}$$

İk. y. den

$$A \subseteq \mathcal{C}\mathcal{L}A, \quad B \subseteq \mathcal{C}\mathcal{L}B$$

$$A \cup B \subseteq \underbrace{\mathcal{C}\mathcal{L}A}_{\text{kapalı}} \cup \underbrace{\mathcal{C}\mathcal{L}B}_{\text{kapalı}} \Rightarrow \mathcal{C}\mathcal{L}(A \cup B) \subseteq \mathcal{C}\mathcal{L}A \cup \mathcal{C}\mathcal{L}B$$

A ∪ B yi ikiye
bir kapalı küme

$$31 \text{ den} \quad \mathcal{C}\mathcal{L}(A \cup B) \subseteq \mathcal{C}\mathcal{L}A \cup \mathcal{C}\mathcal{L}B \quad \text{--- (2)}$$

$$(1) \text{ ve } (2) \text{ den} \quad \mathcal{C}\mathcal{L}(A \cup B) = \mathcal{C}\mathcal{L}A \cup \mathcal{C}\mathcal{L}B$$

eşitlik elde edilir

Not: $\mathcal{C}\mathcal{L}(A \cap B) \neq \mathcal{C}\mathcal{L}A \cap \mathcal{C}\mathcal{L}B$ $\Rightarrow$ dağılır

$$\text{ör) } (\mathbb{R}, \tau_{std}) \quad A = \emptyset \quad B = \mathbb{Q}^*$$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow \mathcal{C}\mathcal{L}(A \cap B) = \mathcal{C}\mathcal{L}\emptyset = \emptyset$$

$$(\mathcal{C}\mathcal{L}\emptyset = \emptyset \text{ den (aerik)})$$

$$\text{örneğin } \mathcal{C}l A = \mathcal{C}l B = \mathbb{R} \quad (\text{medn?})$$

$$\mathcal{C}l B = \mathcal{C}l \mathbb{Q}^* = \mathbb{R} \quad (\text{medn?})$$

$$\mathcal{C}l A \cap \mathcal{C}l B = \underbrace{\mathcal{C}l A}_{\mathbb{R}} \cap \underbrace{\mathcal{C}l \mathbb{Q}^*}_{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \neq \mathcal{C}l(\mathbb{Q}^*)$$

$$6) \quad \mathcal{C}l(\mathcal{C}l A) = \mathcal{C}l A$$

$$2) \text{ dn } A \subseteq \mathcal{C}l A \quad \xrightarrow{\text{4) dn}} \quad \mathcal{C}l A \subseteq \mathcal{C}l(\mathcal{C}l A) \quad \text{---(1)}$$

şimdi

$$\mathcal{C}l(\mathcal{C}l A) \subseteq \mathcal{C}l A \quad \text{olduğu gösterilmeli}$$

$$x \notin \mathcal{C}l A = \bigcap \tilde{F}_A$$

$$\exists F \in \tilde{F}_A \quad x \notin F$$

$$F \in \tilde{F}_A \Rightarrow F \text{ kapalı ve } A \subseteq F$$

F A yı kapsayan kapalı hücre
olduğundan $\mathcal{C}l A \subseteq F$ olur.

0 halde $F \in \tilde{\mathcal{F}}_{\mathcal{C}lA}$ olu anl

$$x \notin F \Rightarrow x \notin \bigcap \tilde{\mathcal{F}}_{\mathcal{C}lA} = \mathcal{C}l(\mathcal{C}lA)$$

0 halde

$$x \notin \mathcal{C}lA \Rightarrow x \notin \mathcal{C}l(\mathcal{C}lA) \text{ yeri}$$

$$\mathcal{C}l(\mathcal{C}lA) \subseteq \mathcal{C}lA \dots (1)$$

(1) u (2) den

$$\mathcal{C}l(\mathcal{C}lA) = \mathcal{C}lA \text{ elde edilir}$$

7)

$$A \subseteq X \text{ kapalı} \Leftrightarrow \mathcal{C}lA = A$$

Aslında (X, τ) bir top. uzay ın

$$\mathcal{C}l: \mathcal{P}(X) \rightarrow \mathcal{P}(X)$$

$$A \rightarrow \mathcal{C}lA$$

fonksiyonu belirler (kümeler arasındaki
fonksiyonlara operatör denir)

$\mathcal{C}l$ bir operatördür (kapanma operatörü)

$$a) \quad cl: \mathcal{P}(X) \longrightarrow \mathcal{P}(X)$$

$$\emptyset \longrightarrow \emptyset$$

$$b) \quad A \subseteq cl A$$

$$c) \quad \begin{array}{ccccc} \mathcal{P}(X) & \xrightarrow{cl} & \mathcal{P}(X) & \xrightarrow{cl} & \mathcal{P}(X) \\ A & \longrightarrow & cl A & \longrightarrow & cl cl A \end{array}$$

$$cl(cl A) = cl A$$

$$d) \quad cl(A \cup B) = cl A \cup cl B$$

özellikleri ile belirlidir. yani

Teorem (Kuratowski kapama operatör teoremi): $\emptyset \neq X$

$\psi: \mathcal{P}(X) \longrightarrow \mathcal{P}(X)$ operatörü

$$a) \quad \psi(\emptyset) = \emptyset$$

$$b) \quad A \subseteq \psi(A)$$

$$c) \quad \psi(A \cup B) = \psi(A) \cup \psi(B)$$

$$d) \quad \psi(\psi(A)) = \psi(A)$$

özellikleri sağlıyor ise X üzerinde

ψ operatörünü kapama operatörü olarak kabul eder
eğer boşluk vardır

(yani X üzerinde bir tek $\mathcal{A}$ topolojisi vardır.)
 $A \subseteq X$ ni bir topolojisi gere $(\mathcal{A} = \mathcal{A}(A))$

İspat: $\mathcal{F} = \{A \subseteq X : \psi(A) = A\}$ $\left(\begin{array}{l} \mathcal{A} \neq \emptyset \\ \psi(\psi(A)) = \psi(A) \text{ dir} \\ \Rightarrow \emptyset \in \mathcal{A} \end{array} \right)$

$\mathcal{Z} = \{X \setminus F : F \in \mathcal{F}\}$ olarak tanımlayalım

$\mathcal{A}, X$ üzerinde bir topolojidir

i) $X \in \mathcal{Z}$ $\emptyset \in \mathcal{A} \Rightarrow X \setminus \emptyset = X \in \mathcal{A}$
 $\emptyset \in \mathcal{Z}$ $\left(\begin{array}{l} \psi(X) \subseteq X \text{ de yurdu} \\ \text{b) dir } X \subseteq \psi(X) \text{ de yurdu} \\ \psi(X) = X \Rightarrow X \in \mathcal{A} \\ \text{de yurdu } X \setminus X = \emptyset \in \mathcal{Z} \end{array} \right)$

ii) $U, V \in \mathcal{Z}$ olarak

$U = X \setminus F_1$ $u.z$ bir $F_1 \in \mathcal{F}$ (yani $\psi(F_1) = F_1$)

$V = X \setminus F_2$ $"$ $F_2 \in \mathcal{F}$ (yani $\psi(F_2) = F_2$)

$$U \cap V = (X \setminus F_1) \cap (X \setminus F_2) = X \setminus (F_1 \cup F_2)$$

$$\psi(F_1 \cup F_2) = \psi(F_1) \cup \psi(F_2) = F_1 \cup F_2$$

c) dir

$$\Rightarrow F_1 \cup F_2 \in \mathcal{F} \Rightarrow U \cap V = X \setminus \underbrace{(F_1 \cup F_2)}_{\in \mathcal{F}} \in \mathcal{Z}$$

iii) $\{U_i\}_{i \in I} \subseteq \mathcal{U}$ olsun

her $i \in I$ için $U_i = X \setminus F_i$ o.2 $F_i \in \mathcal{F}$ v.

$$\bigcup_{i \in I} U_i = \bigcup_{i \in I} X \setminus F_i = X \setminus \left(\bigcap_{i \in I} F_i \right)$$

De-Morgan

$$F = \bigcap_{i \in I} F_i \text{ olsun}$$

on $\mathcal{C}$ için gösterilecek

$$A \subseteq B \Rightarrow \psi(A) \subseteq \psi(B)$$

$$\left(A \subseteq B \Rightarrow B \cap A = A \Rightarrow \psi(B) = \psi(A \cup B) = \underbrace{\psi(A) \cup \psi(B)}_{\text{C) den}} \right)$$

O halde

$$\psi(B) = \psi(A) \cup \psi(B) \Leftrightarrow \psi(A) \subseteq \psi(B)$$

Böylelikle $\psi(A) \subseteq \psi(B)$ olur.

$$F = \bigcap_{i \in I} F_i \text{ idi}$$

$$F \subseteq F_i \text{ her } i \in I \text{ için}$$

$$\psi(F) \subseteq \psi(F_i) = F_i$$

Dolugisylh

$$\bigvee(F) \subseteq F_i \quad \text{wv } i \in \mathbb{I} \text{ dan}$$

$$\bigvee(F) \subseteq \bigcap F_i = F$$

0 halde

$$\bigvee(F) \subseteq F \quad \dots (1) \text{ ste yund}$$

b) dan $F \subseteq \bigvee(F) \quad \dots (2)$

(1) u (2) dan $\bigvee(F) = F \Rightarrow F \in \mathcal{A}$

0 halde

$$\bigcup U_i = X \setminus \left(\bigcap_{F \in \mathcal{A}} F \right) = X \setminus \bigcap_{F \in \mathcal{A}} F \Rightarrow \bigcup U_i \in \mathcal{A}$$

ol. p $\mathcal{A}$ X üremlü hı topolojıdır.

Sandı sun gıstkelın

$$A \subseteq X \text{ ıx } \bigvee(A) = \bigcap A$$

oldıgı gıstkelın.

(CPA:
A nın (X, τ)
topolojıke regıdlerı
kayıp mı?)

olıe sun gıstkelın

$$F \in \mathcal{A} \text{ ın } X \setminus F \in \mathcal{A} \text{ oldıgıdan}$$

F kısımlı hıne olı.

$A \subseteq X$ olsun b) dan
 $A \subseteq \psi(A)$ Bilyisylk

$\text{cl } A \subseteq \text{cl } (\psi(A))$ dur.

Ök yandan d) dan

$\psi(\psi(A)) = \psi(A)$ olup $\psi(A) \in \mathcal{F}$

Bilyisylk $\psi(A)$ kapalı her yerde
yani $\text{cl } (\psi(A)) = \psi(A)$ dur.

Ö halde

$$\text{cl } A \subseteq \text{cl } (\psi(A)) = \psi(A) \quad \dots (1)$$

Ök yandan

$A \subseteq \text{cl } A$ olup

$\psi(A) \subseteq \psi(\text{cl } A)$ dur

fakat $\text{cl } A$ kapalı her bilyisylk

$\text{cl } A \in \mathcal{F}$ yani: $\psi(\text{cl } A) = \text{cl } A$

Ö halde

$$\psi(A) \subseteq \psi(\text{cl } A) = \text{cl } A \quad \dots (2)$$

(1) ve (2) dan $\psi(A) = \text{cl } A$ elde edilir.

Tanım: (X, τ) bir topolojik uzay

ve $A \subseteq X$ olsun

$$\mathcal{U}_A = \{U: U \in \tau \text{ ve } U \subseteq A\}$$

olmak üzere

$$\bigcup_{U \in \mathcal{U}_A} U \text{ } A \text{ nın içi.}$$

deri ve $\text{Int} A$ (ya da $\overset{\circ}{A}$) ile gösterilir.

Özellikler

1) $\text{Int} A = \overset{\circ}{A}$ aynı kavram (biri ^{hiç} farklı kavram değil)

$$2) \text{Int} A \subseteq A$$

$$\text{Int} A = \bigcup_{U \in \mathcal{U}_A} U$$

$U \in \mathcal{U}_A$ in $U \subseteq A$

Böylece $\text{Int} A = \bigcup_{U \in \mathcal{U}_A} U \subseteq A$ olur

3) $\text{Int} A$ A 'nin içinde kalan en geniş
aynı kavramdır.

$U \subseteq A$ ve U aynı in

$U \subseteq \text{Int} A$ olur $\left(\begin{array}{l} \text{biri bu durumda } U \in \mathcal{U}_A \\ \text{Int} A = \bigcup \mathcal{U}_A \supset U \end{array} \right)$

4) $A \subseteq B$ in $\text{Int} A \subseteq \text{Int} B$ oder.

5) $\text{Int}(A \cap B) = \text{Int} A \cap \text{Int} B$

$$A \cap B \subseteq A \longrightarrow \text{Int}(A \cap B) \subseteq \text{Int} A$$

$$A \cap B \subseteq B \longrightarrow \text{Int}(A \cap B) \subseteq \text{Int} B$$

$$\text{Int}(A \cap B) \subseteq \text{Int} A \cap \text{Int} B \quad \text{--- (1)}$$

Sei umgekehrt

$$\begin{array}{l} \text{Int} A \subseteq A \\ \text{Int} B \subseteq B \end{array} \Rightarrow \underbrace{\text{Int} A \cap \text{Int} B}_{\text{auch}} \subseteq A \cap B$$

Daher gilt $\text{Int} A \cap \text{Int} B \subseteq \text{Int}(A \cap B) \quad \text{--- (2)}$

(1) u. (2) da es sich nicht ableiten lässt

6) $A \subseteq X$ oder

A auch leer oder $\Leftrightarrow \text{Int} A = A$

7) $\text{Int} X = X$

$$\text{Int} \emptyset = \emptyset$$

Abbildung (X, τ) in $\mathcal{P} X$ gegeben in

$$\text{Int}: \mathcal{P}(X) \longrightarrow \mathcal{P}(X)$$

$$A \longrightarrow \text{Int} A$$

operator bezieht.

Öneri: $\emptyset \neq X$

$$\varphi: \wp(X) \rightarrow \wp(X)$$

a) $\varphi(X) = X$

b) $\varphi(A) \subseteq A$

c) $\varphi(A \cap B) = \varphi(A) \cap \varphi(B)$

d) $\varphi(\varphi(A)) = \varphi(A)$

Koşulların, süregelen bir süreç, bu
X üzerinde φ operasyonu bu operasyonu
olarak kabul eden bir tek bpsb); var
(yani: X üzerinde bir tek 2 bpsb)ss; var)
şekli her $A \subseteq X$ için $\varphi(A) = \text{Int} A$

İspat: Benzer.

Öneri: (X, τ) bir tp yani $\emptyset \in \tau \subseteq X$ de

a) $\text{Cl}(X|E) = X| \text{Int} E$

b) $\text{Int}(X|E) = X| \text{Cl} E$

dur.

İspat: ~~Ö~~ der: