

TOPOLOJİ PROBLEMLERİ  
III

1.  $X = \mathbb{R}$  ve  $A = (0, 1]$  olsun. Aşağıdaki topolojiler göre  $\text{Int } A$ ,  $\text{Ext } A$ ,  $\text{Bd } A$  yi bulunuz.  
a) standart b) sonlu tümleyenli c) sol ışın d) sağ ışın e) ayrık f) ayrık olmayan.
2.  $X = \mathbb{R}$ ,  $\tau = \{(-\infty, a) \cup (a, +\infty)\} \cup \{\emptyset, \mathbb{R}\}$  ve  $A = \{-2, 1\}$  olsun. Bu topolojik uzayda,  $\text{Int } A$ ,  $\text{Ext } A$ ,  $\text{Bd } A$  yi bulunuz.
3.  $X = \{a, b, c\}$ ,  $\tau = \{X, \emptyset, \{a\}, \{a, b\}\}$ ,  $A = \{a\}$  olsun.  $(X, \tau)$  topolojik uzayında,  $\text{Int } A$ ,  $\text{Ext } A$ ,  $\text{Bd } A$  yi bulunuz.
4.  $(X, \tau)$  bir topolojik uzay ve  $A \subseteq X$  olsun.  $\text{Int } A = A \setminus \text{Bd } A$  olduğunu gösteriniz.
5.  $(X, \tau)$  bir topolojik uzay ve  $A, B \subseteq X$  olsun.  $\text{Bd } A \cap \text{Bd } B = \emptyset$  ise  $\text{Int}(A \cup B) = \text{Int } A \cup \text{Int } B$  olduğunu gösteriniz.
6.  $(X, \tau)$  bir topolojik uzay ve  $A \subseteq X$  olsun.
  - (a)  $\text{Bd}(\text{Int } A) \subseteq \text{Bd } A$  olduğunu gösterin.
  - (b) (a) da eşitliğin sağlanmadığı bir örnek veriniz.
7.  $(X, \tau)$  bir topolojik uzay ve  $A, B \subseteq X$  olsun.
  - (a)  $\text{Ext}(A \cup B) = \text{Ext } A \cap \text{Ext } B$  olduğunu gösterin.
  - (b)  $\text{Bd}(A \cup B) \subseteq \text{Bd } A \cup \text{Bd } B$  olduğunu gösteriniz.
  - (c) (b) de eşitliğin sağlanmadığı bir örnek veriniz.
8.  $(X, \tau)$  bir topolojik uzay ve  $A, B \subseteq X$  olsun.
  - (a)  $A \subseteq B$  ise  $\text{Ext } A \subseteq \text{Ext } B$  olduğunu gösterin.
  - (b)  $\text{Ext } A = \text{Ext}(X \setminus \text{Ext } A)$
  - (c)  $\overline{(X \setminus A)} = \text{Ext } A \cup \text{Bd } A$
  - (d)  $\text{Bd } A \setminus A \subseteq A'$
  - (e)  $\text{Bd } A = \emptyset$  ise  $A$  hem açık hem kapalıdır.
  - (f)  $\int(A \setminus B) \subseteq \text{Int } A \setminus \text{Int } B$
  - (g) (f) de eşitliğin sağlanmadığı bir örnek veriniz.
9.  $(\mathbb{R}, \tau_{\text{std}})$  topolojik uzayında  $A = \mathbb{Q}$  olsun.  $\bar{A}$ ,  $\text{Int } A$ ,  $\text{Ext } A$ ,  $\text{Bd } A$  yi bulunuz.  
$$\text{Ext } A = \text{Int}(X \setminus A) \quad \text{Bd } A = X \setminus (\text{Int } A \cup \text{Ext } A) \quad X = \text{Int } A \cup \text{Ext } A \cup \text{Bd } A \text{ (ayrık)}$$