Çarpmanın (çoğu metriğe göre) Düzgün Sürekli Olmadığının gösterilişi:

$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ f(x,y) = xy$ fonksiyonun :

1. $d_X = d_1(p,q) = \max\{|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|\}, \quad (p(x_1,y_1),\ q(x_2,y_2), \quad d_Y(x,y) = |x-y|$
2. $d_X = d_2(p,q) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}, \quad (p(x_1,y_1),\ q(x_2,y_2), \quad d_Y(x,y) = |x-y|$
3. $d_X = d_3(p,q) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|, \quad (p(x_1,y_1),\ q(x_2,y_2), \quad d_Y(x,y) = |x-y|$

metrikleri kullanıldığında düzgün sürekli olmadığını ama d_X olarak ayrık metrik (ve $d_Y(x,y) = |x-y|$) kullanıldığında düzgün sürekli olduğunu gösterin.

Önce (çok kolay olan) $\mathbb{R}^2$ üzerinde ayrık metrik kullanıldığında, f nin düzgün sürekli olduğunu gösterelim: Bir $\varepsilon > 0$ sayısı verilsin. $\delta = 1$ (daha genel olarak $0 < \delta \leq 1$ sağlayan herhangi bir sayı) alalım. Ayrık metriğin tanımından, $d(p,q) < \delta$ olduğu zaman $p = q$ olur ($d(p,q) = \begin{cases} 0 & p = q \\ 1 & p \neq q \end{cases}$ idi), dolayısıyla, $d_Y(f(p), f(q)) = 0 < \varepsilon$ olur.
(Bu ispat, daha genel olarak, ayrık bir metrik uzaydan herhangi bir metrik uzaya, her fonksiyonun, düzgün sürekli olduğunu gösterir.)

Aşağıdaki ispatta üç metrik için de çarpmanın düzgün sürekli olmadığı aynı anda gösterilmiştir.

$$\varepsilon, \delta > 0 \text{ için } p\left(\tfrac{2\varepsilon}{\delta}, \tfrac{\delta}{2}\right),\ q\left(\tfrac{2\varepsilon}{\delta}, 0\right) \text{ olsun}$$
$$d_1(p,q) = d_2(p,q) = d_3(p,q) = \frac{\delta}{2} < \delta$$

ve

$$f(p) = \varepsilon,\ f(q) = 0 \text{ olduğundan } d_Y(f(p), f(q)) = |\varepsilon - 0| = \varepsilon \not< \varepsilon$$

olur. Bu da f nin düzgün sürekli olmadığını gösterir:
Her $\varepsilon > 0$ için uygun ($d_X(p,q) < \delta$ iken $d_Y(f(p), f(q)) < \varepsilon$ olacak şekilde) bir $\delta > 0$ sayısı var olsaydı, bu ikili bir karşı örnek olurdu.
(Yukarıda, iddia edilenden biraz fazlası gösterildi. Çünki, bir $\varepsilon > 0$ için uygun bir $\delta > 0$ sayısının varolmadığını göstermek yeterli olmasına karşın, yukarıda, hangi $\varepsilon > 0$ verilirse verilsin uygun bir $\delta > 0$ sayısının varolmadığı gösterildi.)