

MT 334 KOMPLEKS FONKSİYONLAR TEORİSİ

4. Elementer Fonksiyonlarda Dönüşüm

I. Aşağıdaki dönüşümler altında verilen kümelerin görüntülerini bulunuz:

- (a) $w = 3iz$, $0 < x < 1$
- (b) $w = 2iz - 1$, $x > 0$
- (c) $w = (1 + i)z$, $y < 1$
- (d) $w = iz + i - 1$, $x > 0$, $0 < y < 2$
- (e) $w = \frac{1}{z}$, $0 < y < \frac{1}{4}$
- (f) $w = \frac{1}{z}$, $x > 1$, $y > 0$
- (g) $w = \frac{i}{z}$, $x > 0$, $0 < y < 1$
- (h) $w = \frac{1}{z}$, $x^2 - y^2 = 1$
- (i) $w = \frac{i}{z}$, $y = x + 1$
- (j) $w = z^2$, $r \leq 1$, $0 \leq \arg z \leq \frac{\pi}{4}$
- (k) $w = z^2$, i) $x = c$ ($c > 0$) ve ii) $y = c$, ($c > 0$)
- (l) $w = z^4$, $r \leq 1$, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}$
- (m) $w = e^z$, $x = ay$
- (n) $w = e^z$, $x \geq 0$, $0 \leq y \leq \pi$
- (o) $w = \log z$, ($\log z = \ln r + i\theta$, $\alpha < \theta < \alpha + 2\pi$) $r \leq 1$, $\alpha < \theta < \alpha + 2\pi$
- (p) $w = \text{Log } z$, i) $x > 0$ ii) $y > 0$

- II. (a) $w = z^2$ altında görüntüsü $u = 1$, $u = 2$, $v = 1$, $v = 2$ doğruları ile sınırlanan karesel bölge olan bölgeyi bulunuz.
- (b) $w = z^{1/2} = (r e^{i\theta})^{1/2} = \sqrt{r} e^{i\frac{\theta}{2}}$, ($r > 0$, $0 < \theta < 2\pi$) ve $0 < a < b$ olmak üzere, $y^2 = 4a^2(x + a^2)$ ile $y^2 = 4b^2(x + b^2)$ parabolleri arasında kalan bölgenin görüntüsünü bulunuz.
- (c) y -ekseninin sağ tarafında kalan ve $-2 \leq y \leq 2$ doğru parçası ile $y^2 = -4(x - 1)$ parabolü tarafından sınırlanan bölgenin, $z^{1/2}$ fonksiyonunun esas dalı altındaki görüntüsünün, $v = u$, $v = -u$, $u = 1$ doğruları tarafından sınırlanan üçgensel bölge olduğunu gösteriniz.
- (d) $z_1 = -i$, $z_2 = 0$, $z_3 = i$ noktalarını sırasıyla $w_1 = i$, $w_2 = -i$, $w_3 = -1$ noktalarına dönüştüren lineer kesirli dönüşümü bulunuz.
- (e) $z_1 = \infty$, $z_2 = i$, $z_3 = 0$ noktalarını sırasıyla $w_1 = 0$, $w_2 = i$, $w_3 = \infty$ noktalarına dönüştüren lineer kesirli dönüşümü bulunuz.
- (f) Aşağıdaki dönüşümlerin sabit noktalarını bulunuz:

a) $w = \frac{z - 1}{z + 1}$

b) $w = \frac{6z - 9}{z}$