MT 321 DİFERENSİYEL GEOMETRİ FİNAL SINAVI

1. (a) $\omega \in \Omega^k(\mathbb{R}^n)$, $\sigma : \mathbb{I}^{2k+2} \to \mathbb{R}^n$ olsun. $\displaystyle\int_{\partial\sigma} (\omega \wedge d\omega) = 0$ olduğunu gösterin.

   (b) $\alpha(t) = \sin t\,\vec{\mathrm{i}} + \cos t\,\vec{\mathrm{j}} + \sin t\,\vec{\mathrm{k}}$, $\gamma(t) = \cos t\,\vec{\mathrm{i}} + \sin t\,\vec{\mathrm{j}} + \cos t\,\vec{\mathrm{k}}$, $\quad (t \in (0, \frac{\pi}{2})$ parametrik gösterimlerinin **DENK OLMADIĞINI** gösterin. (İpucu: bu aralıkta sin ve cos fonksiyonlarının tersinin varlığından yararlanın)

2. $\beta(s)$, (bir I aralığında tanımlı) en az 3 kez türevlenebilen, birim hızda ve **BİRİM KÜRE ÜZERİNDE** bir parametrik gösterim olsun. Ayrıca $\kappa'(s) \neq 0$ $(\forall s \in I)$ olduğunu da varsayalım.

   (a) $\beta \cdot T$ ve $\beta \cdot N$ yi hesaplayınız.

   (b) $\beta \cdot B$ yi hesaplayınız.

   (c) $\left(\dfrac{1}{\kappa}\right)^2 + \left(\dfrac{\kappa'}{\kappa^2 \tau}\right)^2 = 1$ olduğunu gösterin. (İpucu: $\beta(s)$ yi $\{T, N, B\}$ ortonormal bazı cinsinden yazın)

3. $\alpha(t) = t^3\,\vec{\mathrm{i}} + t^2\,\vec{\mathrm{j}} + at\,\vec{\mathrm{k}}$ ($a \neq 0$ sabit, $t \in \mathbb{R}$) olsun. α nın bir **silindirik helis** olması için a kaç olmalıdır?

4. $\kappa(s) = \dfrac{-1}{\sqrt{1-s^2}}$, $\quad (|s| < 1)$ olacak şekilde **bir düzlem eğrisi** bulunuz. Daha sonra düzlem eğrilerinin temel teoremini kullanarak, $\kappa(s) = \dfrac{-1}{\sqrt{1-s^2}}$, $\quad (|s| < 1)$ olacak şekilde **TÜM** düzlem eğrilerini bulunuz.

5. (a) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 = xy + y - x\}$ olsun. S nin bir türevlenebilir yüzey olduğunu gösteriniz.

   (b) $K = \{(x, y, z) : z^2 = x^2 + 2y^2,\ z > 0\}$ (eliptik) konisinin bir regle yüzey olduğunu gösteriniz. (İpucu: yatay bir düzlemle arakesitini α eğrisi olarak kullanın.)

Her soru 24 puan değerindedir.
Maksimum Puan:100