Adı Soyadı: 12-11-2011
No:
Süre:100 dakika

MT 321
Diferensiyel Geometri
Final Sınavı

1-a) $\sigma, \mu : I \to \mathbb{R}^3$, $\sigma(0) = \mu(0)$, ve $\sigma(1) = \mu(1)$ olan iki simpleks ve $w = yzdx + xzdy + xydz$ olmak üzere $\int_\sigma w = \int_\mu w$ olduğunu gösteriniz. (**İpucu:** öncelikle $w = df$ olacak şekilde bir $f \in \Omega^0(R^3)$ olduğunu gösterip genelleştirilmiş Stokes' teoremini uygulayınız.) **(15p)**

b) $w = xdy$, $\lambda = z^2 ydx + xdy$ olmak üzere $d(w\Lambda\lambda) = dw\Lambda\lambda - w\Lambda d\lambda$ olduğunu (hesaplayarak) gösteriniz. **(10p)**

2) $\alpha(t) = (t, t^2, t)$ eğrisinin $t = 1$ deki **normal**, **rektifiyan** ve **oskülatör** düzlemlerini bulunuz. **(25p)**

3-a) α, birim hızlı en az 3 kez sürekli türevlenebilen birim hızlı bir uzay eğrisi olsun α eğrisinin birim teğet vektörel alanı, T, **sabit** bir $\vec{u}$ birim vektör ile sabit $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ açısı yapıyorsa $\kappa = \tau$ olduğunu gösteriniz. (**İpucu:** $\vec{u}$ birim vektörü sabit olduğundan $\vec{u}' = \vec{0}$ dır)**(15p)**

b)(s: yay uzunluğu) $\kappa(s) = \dfrac{1}{1+s^2}$ olan bir düzlem eğrisi bulunuz. (**Tüm adımları eksiksiz yapınız.**) **(10p)**

4-a) $\alpha : I \to \mathbb{R}^3$ düzgün bir paremetrik gösterim, $p_0 \in \mathbb{R}^3$ sabit bir nokta ve her $s \in I$ için $\|\vec{\alpha}(s)\| = 1$ olsun. Bu durumda $\chi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $\chi(u,v) = p_0 + v\vec{\alpha}(u)$ olarak tanımlanan yamanın bir **düzgün yama** olduğunu gösteriniz.(**İpucu:** öncelikle $\alpha \perp \alpha'$ olduğunu ve dolayısıyla her $s \in I$ için $\vec{\alpha}(s) \times \vec{\alpha}'(s) \neq \vec{0}$ olduğunu gösteriniz.) **(15p)**

b) $S = \{(x,y,z) : (x^2 + z^2)y + xz = 1\} \subset \mathbb{R}^3$ olsun S nin türevlenebilen yüzey olduğunu gösteriniz. **(10p)**

BAŞARILAR