

MT242 Analiz IV Arasnavı, 5 Nisan 2007

Öğrenci No :

Adı Soyadı :

SORULAR (SINAV SÜRESİ 75 DAKİKADIR)

1. Aşağıdaki limitlerin tanımlarını yazınız.

(a) (4 puan) $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $L \in \mathbb{R}$ olduğuna göre $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = L$.

(b) (4 puan) $A \subset \mathbb{R}$, $g : A \rightarrow \mathbb{R}$ ve $c \in A'$ olduğuna göre $\lim_{x \rightarrow c} g(x) = \infty$.

2. (4 puan) $n \in \mathbb{N}$ olduğuna göre $x \in \mathbb{R}$ ve $0 < |x - 1| < \delta$ olduğunda $\left| \frac{2}{x+1} - 1 \right| < \frac{1}{n}$ olacak şekilde bir $\delta > 0$ bulunuz.

3. (4 puan) $h : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sürekli bir fonksiyon olsun. Bir $c \in (a, b)$ için $h(c) > h(a)$ ve $h(c) > h(b)$ oluyorsa h nin (1 - 1) olamayacağını kanıtlayınız.

4. $f : (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu sürekli ve $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$ olsun.

(a) (4 puan) $F : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu $F(x) = \begin{cases} 0 & x = 0 \\ f(x) & x \neq 0 \end{cases}$ olarak tanımlansın.
 F , $[0, 1]$ de sürekli midir? Neden?

(b) (4 puan) $f : (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu $(0, 1]$ de düzgün süreklidir mi? Neden? (F nin $(0, 1]$ kümesine kısıtlaması f olduğunu dikkate almaz.)

5.

(a) (4 puan) $f(x) = x^2$ ise $[0, \infty)$ da düzgün süreklidir mi? Neden?

(b) (4 puan) $f(x) = \sqrt{x}$ fonksiyonu $[0, 1]$ de Lipschitz koşulunu sağlar mı? Neden?

6.

(a) (4 puan) $f(x)$ fonksiyonu $I = [0, 2]$ de monoton olsun. $x_n = f\left(\frac{1}{n}\right)$ olarak tanımlanan (x_n) dizisinin limiti var mıdır? Neden?

(b) (4 puan) $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu $g(x) = \begin{cases} a & x = 0 \\ \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \end{cases}$ olarak tanımlanıyor. g fonksiyonu \mathbb{R} de sürekli olacak şekilde bir $a \in \mathbb{R}$ var mıdır? Neden? ($x \rightarrow 0$ için g nin limiti olup, olmadığını irdeleyiniz.)