**MT242 Analiz Arasınav, 17 Nisan 2003**

Öğrenci No :
Adı Soyadı :
**SORULAR ( SINAV SÜRESİ 75 DAKİKADIR)**

1. (5 puan) $I = [a, b] \subset \mathbb{R}$ ve $f : [a, b] \to [a, b]$ sürekli bir fonksiyon olsun. $f(x) = x$ denklemini çözen en az bir $c \in I$ olduğunu gösteriniz.

2. (4 puan) $I = [a, b] \subset \mathbb{R}$ ve $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ sürekli ve her $x \in [a, b]$ için $f(x) > x$ oluyorsa bir $0 < m \in \mathbb{R}$ için $f(x) \geq x + m$ olduğunu gösteriniz. (Y.G. $g(x) = f(x) - x$ koyunuz.)

3. (4 puan) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ bir sürekli fonksiyon olduğuna göre $S = \{x \in \mathbb{R} : f(x) = 0\}$ koyalım. $(a_n) \subseteq S$ ve $\lim a_n = a \in \mathbb{R}$ olsun. $a \in S$ olduğunu kanıtlayınız.

4. (4 puan) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$ ise $[1, \infty)$ da düzgün sürekli olduğunu fakat $(0, \infty)$ da düzgün sürekli olmadığını gösteriniz.

5. (4 puan) $I = [a, b] \subset \mathbb{R}$ ve $f : I \to \mathbb{R}$ bir $c \in I$ da türevlenebilir ise $f$ nin $c$ de sürekli olduğunu gösteriniz.

6. (4 puan) $h$ fonksiyonunu $h(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 12$, $x \in \mathbb{R}$ olarak tanımlayalım. $h$ fonksiyonu $\mathbb{R}$ de kesin artan, türevlenebilir bir fonksiyon ve $h(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$ dir. O halde $h$ nin $h^{-1} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ tersi vardır. Varsa $\left(h^{-1}\right)'(2)$ ve $\left(h^{-1}\right)'(10)$ türevlerini hesaplayınız. $\big($ Önce $x = -1, 1$ için $y = h(x)$ i hesaplayınız.$\big)$.