MT242 Analiz 4, 1998-99 Ek sınav
13 Eylül 1999

Öğrenci No:
Adı Soyadı :

SORULAR

1. $n \geq 1$ ve $a_0, ..., a_n \in \mathbb{R}$ olsun.

$$a_0 + \frac{a_1}{2} + ... + \frac{a_n}{n+1} = 0$$

ise $p(x) = a_0 + a_1 x + ... + a_n x^n$ polinomunun $(0,1)$ aralığında bir kökü olduğunu kanıtlayınız.

2. I bir aralık, $M > 0$ bir sabit ve $f : I \to \mathbb{R}$ fonksiyonu her $x, y \in I$ için

$$|f(x) - f(y)| \leq M(x-y)^2$$

koşulunu sağlasın. f nin I da sabit olduğunu gösteriniz.

3. $f : [0,\infty) \to \mathbb{R}$ fonksiyonu $(0,\infty)$ de türevlenebilir ve $[0,\infty)$ da sürekli bir fonksiyon olsun. $f(0) = 0$ ve f' monoton artan bir fonksiyon ise $x \in (0,\infty)$

$$g(x) = \frac{f(x)}{x}$$

olarak tanımlanan g fonksiyonunun monoton artan olduğunu gösteriniz.

4. $f : [0,\infty)$ fonksiyonu türevlenebilir ve $\lim_{x\to\infty} f'(x) = 0$ olsun. $x \in (0,\infty)$

$$g(x) = f(x+1) - f(x)$$

olarak tanımlanan g fonksiyonunu için $\lim_{x\to\infty}(x) = 0$ olduğunu gösteriniz.