MT 242 ANALİZ 4 ARA SINAV

1. $f(x) = \begin{cases} x & x \in \mathbb{Q} \\ 1 & x \in \mathbb{Q}^* \end{cases}$ olsun. $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$ in var olmadığını gösteriniz.

2. $c \in \mathbb{R}$, $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ olsun. $\lim\limits_{x \to c} f(x) = +\infty$ ve $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(x) \leq g(x)$ ise, $\lim\limits_{x \to c} g(x) = +\infty$ olduğunu gösteriniz.

3. Sürekliliğin ($\varepsilon - \delta$ ile) **tanımını** kullanarak, $f(x) = x^2 - x + 2$ fonksiyonunun $c = 3$ noktasında sürekli olduğunu gösteriniz.

4. $a < b$, $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ sürekli ve her $x \in [a, b]$ için $|f(z)| \leq \frac{1}{2} |f(x)|$ olacak şekilde bir $z \in [a, b]$ bulunabiliyorsa bir $c \in [a, b]$ için $f(c) = 0$ olduğunu gösteriniz.

5. $a < b$, $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ sürekli ve her $x \in [a, b]$ için $f(x)$ irrasyonel ise f nin sabit olduğunu gösteriniz.

6. (**Düzgün süreklilik tanımını kullanarak**) $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$ fonksiyonunun $[-\frac{1}{2}, +\infty)$ aralığında düzgün sürekli olduğunu gösteriniz.

7. f ve g fonksiyonları bir A kümesinde düzgün sürekli ise $f + g$ fonksiyonunun da A kümesinde düzgün sürekli olduğunu gösteriniz.

$\mathbb{N} = \{1, 2, \ldots\}$, $\quad \mathbb{Q}^* = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$: İrrasyonel sayılar