

UYGULAMA 3

SORULAR

- 1) $\tan t = \frac{1}{5}$ ve $\frac{\pi}{2} < t < \frac{3\pi}{2}$ ise $\sin t, \cos t, \cot t, \sec t$ ve $\csc t$ bulunuz.
 2) $0 < T < 2\pi$ olsun. $t = -\frac{T}{2}$ için $\sin t \neq \sin(t+T)$ olduğ unu gösteriniz.
 3) $0 < T < 2\pi$ olsun. $t = 0$ için $\cos t \neq \cos(t+T)$ olduğ unu gösteriniz.
 4) $0 < T < \pi$ olsun. $t = -\frac{\pi}{2}$ için $\tan t \neq \tan(t+T)$ ve $\cot t \neq \cot(t+T)$ olduğ unu gösteriniz.
 5) Her $x \in R$ için $|\sin(x)| \leq |x|$ ve eitliđ in sadece $x = 0$ için dođ ru olduğ unu gösteriniz.

(a. $0 < t < \frac{\pi}{2}$ b. $-\frac{\pi}{2} < t < 0$ c. $|t| \geq \frac{\pi}{2}$)

- 6) Her $x \in R$ için $\cos x \geq 1 - x^2$ olduğ unu ve eitliğ in sadece $x = 0$ için doğ ru olduğ unu gösteriniz.

(önce $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ sonra $|x| \geq \frac{\pi}{2}$)

- 7) $\cos x$ fonksiyonu $[0, \pi]$ de kesin azalan olduğ unu gösteriniz.

- 8) $\sin x$ in $[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ de kesin artan olduğ unu gösteriniz.

- 9) $f, [-a, 0]$ da artan ise

a) f çift ise $f, [-a, 0]$ da azalan

b) f tek ise $f, [-a, 0]$ da artan

olduğ unu gösteriniz.

- 10) $\tan x, (\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ de artan olduğ unu gösteriniz.

ÇÖZÜMLER

1)

$$\sin t = -\frac{1}{6}, \cos t = -\frac{5}{6}, \cot t = 5, \csc t = -\sqrt{6}, \sec t = -\frac{\sqrt{6}}{5}$$

- 2) $0 < \frac{T}{2} < \pi$ olduğ undan $\sin \frac{T}{2} \neq 0$ dýr.

$\sin(t+T) = \sin(-\frac{T}{2} + T) = \sin \frac{T}{2}$ ve $\sin t = \sin(-\frac{T}{2}) = -\sin \frac{T}{2}$ olduğ undan

$\sin t \neq \sin(t+T)$ dir.

- 3) $0 < T < 2\pi$ olsun. $t = 0$ için $\cos t = \cos 0 = 1$ ve $\cos(t+T) = \cos T$ dir.

$0 < T < 2\pi$ olduğ undan $\cos T \neq 1$ dolayýsýyla $\cos t \neq \cos(t+T)$ dir.

- 4) $0 < T < \pi$ ve $t = -\frac{\pi}{2}$ için $\tan t$ tanımsýz fakat $\tan(t+T)$ tanımlýdýr.

bu nedenle

$\tan t \neq \tan(t+T)$ dir.

$t = -\frac{\pi}{2}$ için $\cot t = 0$ ve $\cot(t+T) \neq 0$ olduğ undan $\cot t \neq \cot(t+T)$ dir.

- 5) Her $x \in R$ için $|\sin(x)| \leq |x|$ ve eitliđ in sadece $x = 0$ için dođ ru olduğ unu gösteriniz.

(a. $0 < t < \frac{\pi}{2}$ b. $-\frac{\pi}{2} < t < 0$ c. $|t| \geq \frac{\pi}{2}$)

a) $0 < t < \frac{\pi}{2}$ için

$P(t) = (\cos t, \sin t)$ $\sin t$ <hipotenüs<yay uzunluğ u = t

b) $-\frac{\pi}{2} < t < 0$ için $0 < -t < \frac{\pi}{2}$ de $(\sin -t = -\sin t)$

$|\sin(-t)| \leq -t$ buradan da $|\sin t| \leq -t = |t|$

c) $|t| \geq \frac{\pi}{2}$ için

$\sqrt{2} > 1$, $\frac{\pi}{2} > \sqrt{2} \Rightarrow |t| \geq \frac{\pi}{2}$ için $|t| \geq 1$ dir. $|\sin t| \leq 1$ olduğ undan $|\sin t| \leq |t|$ olur.

6) $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ için

$0 \leq \cos x \leq 1$, $\cos x \geq \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \geq 1 - x^2$ olur.

$|x| \geq \frac{\pi}{2}$ için $\frac{\pi}{2} > \sqrt{2} \Rightarrow |x| > \sqrt{2}$ dir. $1 - x^2 < -1 \leq \cos x$

7) $x_1, x_2 \in [0, \pi]$ ve $x_1 < x_2$ olsun.

$\cos x_1 - \cos x_2 = 2 \sin \frac{x_1+x_2}{2} \sin \frac{x_2-x_1}{2}$

$\sin \frac{x_1+x_2}{2} > 0$ ve $\sin \frac{x_2-x_1}{2} > 0$ olduğ undan $\cos x_1 - \cos x_2 > 0$ dır.

8) $x_1, x_2 \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ ve $x_1 < x_2$ olsun.

$\sin x_1 - \sin x_2 = -2 \cos \frac{x_1+x_2}{2} \sin \frac{x_2-x_1}{2}$

$\cos \frac{x_1+x_2}{2} > 0$ ve $\sin \frac{x_2-x_1}{2} > 0 \Rightarrow \sin x_1 - \sin x_2 < 0$

9) $x_1, x_2 \in [0, a] \Rightarrow x_1 < x_2$ iken $f(x_1) < f(x_2)$ dir.

a) f çift ise $f(-x) = f(x)$

$x_1, x_2 \in [-a, 0]$ olsun. $x_1 < x_2$ ($-x_1 > -x_2$, $-x_1, -x_2 \in [0, a]$) iken

$f(x_1) = f(-x_1) > f(-x_2) = f(x_2)$

f , $[-a, 0]$ da azalan

b) f tek ise $f(-x) = -f(x)$

$x_1, x_2 \in [-a, 0]$ olsun $x_1 < x_2$ ($-x_1 > -x_2$, $-x_1, -x_2 \in [0, a]$)

$-f(x_1) = f(-x_1) > f(-x_2) = -f(x_2) \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

f , $[-a, 0]$ da artan