

$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^*$ reel sayılar kümesi

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$$

$$\mathbb{Q}^* \subseteq \mathbb{R}$$

$\mathbb{R}$ üzerinde $+$ ile gösterdiğimiz
bu $+$ işlem mevcut bu $+$ işlem
 $\mathbb{R}$: reel sayılar kümesi bir cisim olur

$a, b, c \in \mathbb{R}$ in

- i) $a + b \in \mathbb{R}$
- ii) $a + (b + c) = (a + b) + c$ ($+$ işleminin
birleşme öz.)
- iii) $a + 0 = 0 + a = a$ (0 , $+$ işleminin
etkisiz elemanı)
- iv) $a + (-a) = (-a) + a = 0$ ($-a$: a nın
 $+$ işleminin
gösterisi)
- v) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ ($\cdot$ işleminin
birleşme öz.)
- vi) $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ (1 , $\cdot$ işleminin
etkisiz elemanı)
- vii) $a \cdot \left(\frac{1}{a}\right) = \left(\frac{1}{a}\right) \cdot a = 1$ ($a \neq 0$ in)

$$vii) a(b+c) = a.b + a.c$$

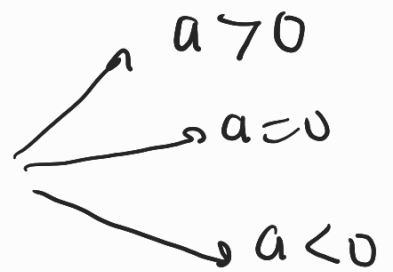
$\left(\frac{1}{a}, a \text{ nin} \right)$
 . İnkare
 göre tersi

$\left(\begin{array}{l} \text{İnkare} \\ + \text{İnkare} \\ \text{Öz. Doğru} \\ \text{Öz} \end{array} \right)$

$\mathbb{R}$ reel sayılar kümesi üzerinde
 bir sıralama var

$$\left(\begin{array}{l} a, b \in \mathbb{R} \text{ olmak üzere} \\ a < b \Leftrightarrow b - a > 0 \end{array} \right)$$

Bu sıralama bağıntısı ile
 $\mathbb{R}$ reel sayılar kümesi üzerine özellikli
 bir küme
 Üçleme özelliği: $a \in \mathbb{R}$



Bu sıralamanın özellikleri:

i) $a < b \Leftrightarrow a < b$ veya $a = b$

$$\Leftrightarrow b-a > 0 \text{ veya } b-a < 0$$

$$ii) a \leq b \Rightarrow a+c \leq b+c \quad (c \in \mathbb{R})$$

$$iii) a \leq b \text{ ve } c > 0 \text{ in } a \cdot c \leq b \cdot c$$

$$iv) a \leq b \text{ ve } c < 0 \text{ in } a \cdot c \geq b \cdot c$$

Kesirli Üsler

$a \in \mathbb{R}, \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ olmak üzere

$a^{\frac{p}{q}}$ sayısı tanımlanacak

$a^{\frac{p}{q}}$ eğer $a > 0$ in

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p} \text{ ile de gösterilebilir}$$

bu sayı yani $a^{\frac{p}{q}}$ sayısı
oysa bir sayı ki bu sayının
 q . kuvveti a^p ile eşit

$$x = a^{\frac{p}{q}} \text{ in } x^q = a^p$$

$a < 0$ in bu durumda

$a^{\frac{p}{q}}$ tanımlanabilir

bu durumda $a < 0$ ve q tek
 n $a^{p/q}$ yine q . kuvveti
 a^p olan sayıdır

$$(-1)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{(-1)} = -1$$

$$(-1)^{\frac{2}{6}} = 1$$

Not: üslü sayılarda üs sadeleşmez.

$$\text{Ör: } (-1)^{\frac{2}{6}} \neq (-1)^{\frac{1}{3}}$$

$$(-1)^{\frac{2}{6}} = 1^{\frac{1}{6}} = 1$$

Not: $a > 0$ olma koşulu ile
 $a \in \mathbb{R}$ herhangi bir sayı için
 a^r de tanımlanabilir
 (ilerde tanımlayacağız)

örneğin $2^{\sqrt{2}}$ gibi bir sayı var
 mesela

Mutlak Değer

$$a \in \mathbb{R} \text{ için}$$

$$|a| = \begin{cases} 0 & a=0 \text{ için} \\ a & a \geq 0 \text{ için} \\ -a & a < 0 \text{ için} \end{cases}$$

olarak tanımlanır

Dikkat edelim

$$a \in \mathbb{R} \text{ için } |a| \geq 0$$

Bazı Özellikler

$$i) |a \cdot b| = |a| \cdot |b|$$

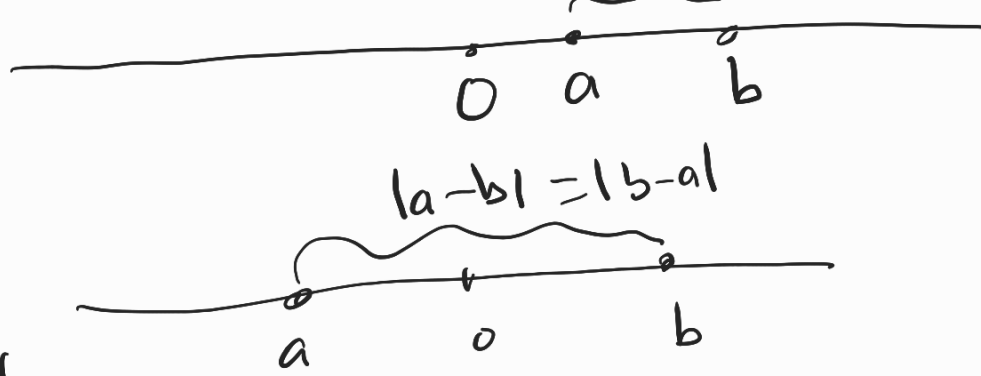
$$ii) \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad (b \neq 0)_{\mathbb{R}}$$

$$\begin{aligned} iii) & |a+b| \leq |a| + |b| \\ iv) & |a-b| \geq ||a| - |b|| \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{üçgen} \\ \text{eşitsizliği} \end{array}$$

Geometrik olarak bakarsak

$|a-b|$: a sayısı ile b sayısı
arasındaki (sayı doğrusu
üzerindeki) mesafe

$$|a-b| = |b-a|$$

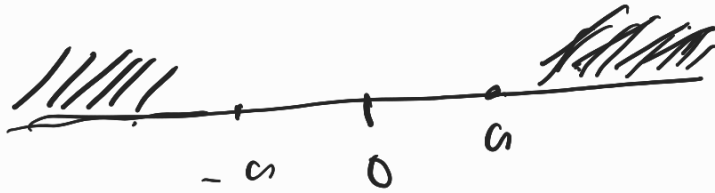


0 halde

$$i) |x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$$



$$ii) |x| \geq a \Leftrightarrow x \geq a \text{ veya } x \leq -a$$



Aralıklar

Tanım: $a, b \in \mathbb{R}$ ve $a < b$

olmak üzere

$$\{x: a < x < b\} \text{ kümesidir}$$

(a, b) ile göstereceğiz.

$$(a, b) = \{x: a < x < b\}$$

(a, b)
açık aralık
dır

Tanım: $\emptyset \neq I \subseteq \mathbb{R}$ olsun

Eğer $a, b \in I$ ve $a < b$ iken

$(a, b) \subseteq I$ oluyorsa

I ya bir aralıkdır

Ör: $I = (0, 1) \cup \{2\}$ bir

aralık değil

$\frac{1}{2}, 2 \in I$ ancak $(\frac{1}{2}, 2) \not\subseteq I$

Aralıklar şu şekilde kılınır

i) $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$

ii) $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$

iii) $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$

iv) $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$

v) $(-\infty, a) = \{x \in \mathbb{R} : x < a\}$

vi) $(-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq a\}$

vii) $(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x > a\}$

viii) $[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$

$$viii) [a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$$

$$ix) (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$$

$$(-1, 2) \cup (3, 4) \text{ bir aralık değil}$$

$$(-\infty, 1) \cup [1, +\infty) = \mathbb{R} \text{ bir aralık}$$

FONKSİYONLAR

A ve B boş kümeden farklı iki küme olsun

Tanım: $A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$
 A ile B kümesinin (kartesik) çarpımı denir.

$$\text{Ör} \quad A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{a, b\}$$

$$A \times B = \left\{ (1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b) \right\}$$

Tanım: $\beta \subseteq A \times B$ in β 'ye

A kümesinden B kümesine bir bağıntı denir.

Not: $\beta = \emptyset$ in β 'ye boş bağıntı

denir.

ör)

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{a, b\}$$

$$\beta = \{(1, a), (3, b)\} \subseteq A \times B$$

β A dan B ye bir bağıtı

$$(1, a) \in \beta, (3, b) \in \beta$$

Gösterim: $\beta \subseteq A \times B$ ve $(a, b) \in \beta$
in $a \xrightarrow{\beta} b$ veya $b = \beta(a)$
ile gösterilir.

ör) $\beta = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x \leq y\} \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

β $\mathbb{R}$ dan $\mathbb{R}$ ye bir bağıtı

$$(1, 2) \in \beta$$

$$\beta(1) = 2 \text{ veya } 1 \xrightarrow{\beta} 2$$

$$(1, 0) \notin \beta$$

Tanım: A boş kümeden farklı bir küme
olmak üzere $\beta \subseteq A \times A$ in β ya

A da bağıtı denir.